

Tentamen i Matematisk fysik FTF131

Tisdagen den 2 april 2013

Examinator: Henrik Johannesson, tel. 0768-237042.

Inga hjälpmedel är tillåtna på denna tentamen.

Tentamen består av fem uppgifter där varje uppgift ger maximalt 5 poäng. Uppgifterna är inte avsiktligt ordnade efter svårighetsgrad.

Strukturera Dina lösningar noggrant. **Uppställda samband skall motiveras**, gärna med en översiktlig skiss av tankegång och bärande element! Alla väsentliga steg i analys och beräkningar skall redovisas.

1. Beskriv hur man kan använda residykalkyl för att beräkna integralen

$$I = \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+a)^3 x^{1/2}},$$

där a är en positiv reell konstant. Beräkna I .

Ledning: Utnyttja binomialutvecklingen $(1+x)^n = 1 + nx + n(n-1)x^2/2! + n(n-1)(n-2)x^3/3! + \dots$

2. Lös integralekvationen

$$\varphi(x) = x + \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (x+t)\varphi(t) dt.$$

3. a) Rummet av kvadrat-integrerbara funktioner brukar betecknas $\mathcal{L}_w^2(a, b)$. Vad är w ? Vad är a och b ? Varför är $\mathcal{L}_w^2(a, b)$ intressant för en fysiker?

b) Enligt *Stone-Weierstrass teoremet* kan man spänna upp $\mathcal{L}_w^2(a, b)$ med en ortogonal polynom-bas. Illustrera detta genom att ta fram de tre första polynomen P_0, P_1, P_2 för $w = 1, -a = b = 1$, och med valet $P_0 = 1$.

4. Betrakta en kedja upphängd i två punkter. Beskriv i detalj hur Du kan bestämma kedjans form med hjälp av variationskalkyl. (Du behöver inte utföra räkningarna.)

5. Bestäm antalet element i konjugatklasserna till permutationsgruppen S_4 . Använd Ditt resultat till att visa att S_4 har fem irreps.